

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»**

**Физико-математический факультет**

**Кафедра информатики и вычислительной математики**

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«30» апреля 2025 г., протокол № 8

**Рабочая программа дисциплины  
ОПТИМИЗАЦИЯ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ**

---

*(наименование дисциплины (модуля))*

Направление подготовки

***01.04.02 Прикладная математика и информатика***

---

*(шифр, название направления)*

Направленность (профиль) программы:

***Математическое и компьютерное моделирование  
в экономике и управлении***

---

Квалификация выпускника

***магистр***

---

Форма обучения

***Очная***

---

Год начала подготовки - **2025**

Карачаевск, 2025

Составитель: ст. преп. Урусова А. С.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 13, (с изменениями и дополнениями). Редакция с изменениями № 1456 от 26.11.2020, с изменениями и дополнениями от 8 февраля 2021 г., на основании учебного плана подготовки магистров по направлению 01.04.02 Прикладная математика и информатика, направленность (профиль) программы: Математическое и компьютерное моделирование в экономике и управлении», локальных актов КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры информатики и вычислительной математики на 2025-2026 учебный год, протокол № 8 от 25 апреля 2025г.

## Оглавление

1. Наименование дисциплины (модуля) .....	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы .....	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся .....	5
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий .....	6
5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах) ..	6
6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы.....	9
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю).....	11
7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций.....	11
7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания .....	12
7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины.....	12
7.3.1. Перечень вопросов для зачета/экзамена .....	12
7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций.....	14
7.3.3. Оценочные материалы. Варианты контрольных работ .....	14
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля) .....	29
8.1. Основная литература.....	29
8.2. Дополнительная литература .....	29
9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля).....	29
9.1. Общесистемные требования .....	29
9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	30
9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения .....	30
9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы ..	31
10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья .....	31
11. Лист регистрации изменений.....	32

## 1. Наименование дисциплины (модуля)

### Оптимизация и численные методы

Чрезвычайно широкое распространение оптимизационных задач в технике, экономике, управлении привело к необходимости ознакомления с методами решения подобных задач. Сегодня для решения многих задач оптимизации различных предметных областей разработаны единые средства их решения, что и определяет необходимость введения курса «Оптимизация и численные методы», в котором были бы определены основные классы задач оптимизации, единые подходы и численные методы их решения.

Целью изучения дисциплины «Оптимизация и численные методы» является:

- усвоение роли методов оптимизации в формировании знаний и умений по постановке и решению оптимизационных задач;
- формирование понимания основных принципов, лежащих в основе методов решения задач оптимизации;
- формирование навыков формализованного описания задач оптимизации, построения математических моделей, интерпретации результатов решения.

Для достижения цели ставятся задачи:

- изучение основных классов оптимизационных задач в конечномерных пространствах;
- формирование навыков создания и использования математических моделей;
- изучение математического аппарата, необходимого для анализа и решения экстремальных задач в конечномерных пространствах, а также алгоритмов для решения основных классов оптимизационных задач.

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Б1.О.07 «Оптимизация и численные методы» относится к блоку – «Блок 1. Дисциплины (модули)», к обязательной части.

Дисциплина изучается на 1 и 2 курсах (2 и 3 семестры).

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПВО	
Индекс	Б1.О.07
<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>	
Для успешного освоения дисциплины студент должен иметь базовую подготовку по информатике в объёме программы средней школы; владеть стандартными курсами математического анализа, линейной алгебры.	
<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>	
Дисциплина (модуль) " Оптимизация и численные методы " является базовой для успешного освоения дисциплины (модуля) «Дополнительные главы исследования операций и другие, а также для прохождения всех видов практик.	

## 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Оптимизация и численные методы» направлен на формирование следующих компетенций обучающегося:

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ОПВО	Индикаторы достижения сформированности компетенций
-----------------	--	--

УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	<p>УК-1.1. Знает проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними и принципы сбора, отбора и обобщения информации</p> <p>УК-1.2. Умеет определять пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации, и проектирует процессы по их устранению</p> <p>УК-1.3. Владеет инструментами критического анализа надежности источников информации, практического опыта работы с ними, научного поиска</p>
ОПК-2	Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	<p>ОПК-2.1. Знает достоинства и недостатки применения конкретных методов для решения прикладных задач в области математических и прикладных наук</p> <p>ОПК-2.2. Умеет совершенствовать и реализовывать математические методы решения прикладных задач в научных и прикладных исследованиях</p> <p>ОПК-2.3. Владеет навыками совершенствования и реализации новых математических методов решения прикладных задач в соответствии с тематикой проводимых исследований</p>

**4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 6 ЗЕТ, 216 академических часов.

Объём дисциплины	Всего часов		
	Очная форма обучения	Очно-заочная форма обучения	Заочная форма обучения
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>216</b>		
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)</b>			
<b>Аудиторная работа (всего):</b>	<b>90</b>		
в том числе:			
лекции	30		
семинары, практические занятия	36		
практикумы			

лабораторные работы	24		
Внеаудиторная работа:			
консультация перед экзаменом			
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, творческую работу (эссе), рефераты, контрольные работы и др.			
<b>Самостоятельная работа обучающихся (всего)</b>	<b>126</b>		
<b>Контроль самостоятельной работы</b>	<b>-</b>		
<b>Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет/экзамен)</b>	<b>Зачёт во 2 семестре, экзамен в 3 семестре</b>		

**5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий  
(в академических часах)**

**Для очной формы обучения**

№ п/п	Курс/ семестр	Раздел, тема, содержание темы дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
			всего	Аудиторные уч. занятия			Сам. работа
				Лек.	Пр.	Лаб.	
1. Модуль «Оптимизация»			108	12	24	-	72
Раздел 1. Введение в оптимизацию							
1.	1/2	Постановка задачи оптимизации. Классификация задач. Понятие о численных методах оптимизации.	18	2	4	-	12
Раздел 2. Выпуклое программирование							
2.	1/2	Методы одномерной оптимизации: постановка, унимодальные функции, классические методы анализа, алгоритм пассивного поиска минимума, метод деления отрезка пополам, метод Фибоначчи, метод золотого сечения, метод ломаных.	18	2	4	-	12
Раздел 3. Методы вариации многих переменных							

3.	1/2	Численные методы поиска безусловного экстремума: принципы построения численных методов поиска безусловного экстремума, методы первого порядка, методы второго порядка.	18	2	4	-	12
4.	1/2	Численные методы поиска условного экстремума: принципы построения численных методов поиска условного экстремума, методы последовательной безусловной минимизации, методы возможных направлений.	18	2	4	-	12
5.		<b>Раздел 4. Линейное программирование</b>					
6.	1/2	Постановка задач линейного программирования, геометрическая интерпретация, задача линейного программирования в стандартной и канонической форме, графический метод решения линейного программирования, симплекс – метод Данцига.	18	2	4	-	12
		<b>Раздел 5. Вариационное исчисление</b>					
7.	1/2	Постановка задач вариационного исчисления. Вариационные задачи поиска безусловного экстремума.	18	2	4	-	12
<b>2. Модуль «Численные методы»</b>			<b>108</b>	<b>18</b>	<b>36</b>	<b>-</b>	<b>54</b>
		<b>Раздел 6. Методы решения нелинейных уравнений</b>					
8.	1/2	Отделение корней. Метод половинного деления. Метод простой итераций	12	2	4	-	6
9.	1/2	Метод хорд. Метод	12	2	4	-	6

		касательных					
<b>Раздел 7. Аппроксимация и интерполяция функций</b>							
10.	1/2	Задачи и способы аппроксимации функций. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Интерполяционная схема Эйткена.	12	2	4	-	6
11.	2/3	Конечные разности. Первая интерполяционная формула Ньютона. Вторая интерполяционная формула Ньютона. Обратное интерполирование. Аппроксимация производных.	12	2	-	4	6
<b>Раздел 8. Квадратурные формулы</b>							
12.	2/3	Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Формула прямоугольников. Формула трапеций. Формула Симпсона.	12	2	-	4	6
<b>Раздел 9. Решение систем линейных и нелинейных уравнений как задача оптимизации</b>							
13.	2/3	Решение линейных систем обращение матриц с помощью LQ-разложения. Решение СЛАУ методом простых итераций. Метод Зейделя.	12	2	-	4	6
<b>Раздел.10. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений</b>							
14.	2/3	Постановка задачи. Классификация приближённых методов. Метод Эйлера и его модификации	12	2	-	4	6
<b>Раздел 11. Численное решение задач математической физики</b>							
15.	2/3	Примеры уравнений математической физики. Классификация уравнений с частными производными. Постановка задач для математической физики.	12	2	-	4	6
16.	2/3	Уравнение гиперболического типа. Уравнение параболического типа.	12	2	-	4	6



		ческого типа. Уравнение эллиптического типа.					
17.	<b>Итого</b>		<b>216</b>	<b>30</b>	<b>36</b>	<b>24</b>	<b>126</b>

## 6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы

**Лекционные занятия.** Лекция является основной формой учебной работы в вузе, она является наиболее важным средством теоретической подготовки обучающихся. На лекциях рекомендуется деятельность обучающегося в форме активного слушания, т.е. предполагается возможность задавать вопросы на уточнение понимания темы и рекомендуется конспектирование основных положений лекции. Основная дидактическая цель лекции - обеспечение ориентировочной основы для дальнейшего усвоения учебного материала. Лекторами активно используются: лекция-диалог, лекция - визуализация, лекция - презентация. Лекция - беседа, или «диалог с аудиторией», представляет собой непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. Ее преимущество состоит в том, что она позволяет привлекать внимание слушателей к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей аудитории. Участие обучающихся в лекции – беседе обеспечивается вопросами к аудитории, которые могут быть как элементарными, так и проблемными.

Главной задачей каждой лекции является раскрытие сущности темы и анализ ее основных положений. Рекомендуется на первой лекции довести до внимания студентов структуру дисциплины и его разделы, а в дальнейшем указывать начало каждого раздела (модуля), суть и его задачи, а, закончив изложение, подводить итог по этому разделу, чтобы связать его со следующим. Содержание лекций определяется настоящей рабочей программой дисциплины. Для эффективного проведения лекционного занятия рекомендуется соблюдать последовательность ее основных этапов:

1. формулировку темы лекции;
2. указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;
3. изложение вводной части;
4. изложение основной части лекции;
5. краткие выводы по каждому из вопросов;
6. заключение;
7. рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

**Лабораторные работы и практические занятия.** Дисциплины, по которым планируются лабораторные работы и практические занятия, определяются учебными планами. Лабораторные работы и практические занятия относятся к основным видам учебных занятий и составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки. Выполнение студентом лабораторных работ и практических занятий направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам дисциплин математического и общего естественно-научного, общепрофессионального и профессионального циклов;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;
- выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива. Ме-

тодические рекомендации разработаны с целью единого подхода к организации и проведению лабораторных и практических занятий.

Лабораторная работа — это форма организации учебного процесса, когда студенты по заданию и под руководством преподавателя самостоятельно проводят опыты, измерения, элементарные исследования на основе специально разработанных заданий. Лабораторная работа как вид учебного занятия должна проводиться в специально оборудованных учебных аудиториях. Необходимыми структурными элементами лабораторной работы, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются инструктаж, проводимый преподавателем, а также организация обсуждения итогов выполнения лабораторной работы. Дидактические цели лабораторных занятий:

- формирование умений решать практические задачи путем постановки опыта;
- экспериментальное подтверждение изученных теоретических положений, экспериментальная проверка формул, расчетов;
- наблюдение и изучения явлений и процессов, поиск закономерностей;
- изучение устройства и работы приборов, аппаратов, другого оборудования, их испытание;
- экспериментальная проверка расчетов, формул.

Практическое занятие — это форма организации учебного процесса, направленная на выработку у студентов практических умений для изучения последующих дисциплин (модулей) и для решения профессиональных задач. Практическое занятие должно проводиться в учебных кабинетах или специально оборудованных помещениях. Необходимыми структурными элементами практического занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются анализ и оценка выполненных работ и степени овладения студентами запланированными умениями. Дидактические цели практических занятий: формирование умений (аналитических, проектировочных, конструктивных), необходимых для изучения последующих дисциплин (модулей) и для будущей профессиональной деятельности.

Семинар - форма обучения, имеющая цель углубить и систематизировать изучение наиболее важных и типичных для будущей профессиональной деятельности обучаемых тем и разделов учебной дисциплины. Семинар - метод обучения анализу теоретических и практических проблем, это коллективный поиск путей решений специально созданных проблемных ситуаций. Для студентов главная задача состоит в том, чтобы усвоить содержание учебного материала темы, которая выносится на обсуждение, подготовиться к выступлению и дискуссии. Семинар - активный метод обучения, в применении которого должна преобладать продуктивная деятельность студентов. Он должен развивать и закреплять у студентов навыки самостоятельной работы, умения составлять планы теоретических докладов, их тезисы, готовить развернутые сообщения и выступать с ними перед аудиторией, участвовать в дискуссии и обсуждении.

В процессе подготовки к практическим занятиям, обучающимся необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского или практического занятия, что позволяет обучающимся проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

**Образовательные технологии.** При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образова-

тельные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения. Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач, публичная презентация проекта и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

## 7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

### 7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций

Компетенции	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100% баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85% баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70% баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (до 55% баллов)
УК-1: Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач	УК-1.1. Знает основные принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач	УК-1.1. Знает основные принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач	УК-1.1. Знает фрагментарно принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач
	УК-1.2. Умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности	УК-1.2. Умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности	УК-1.2. Умеет анализировать разнородные данные, оценивать качество принятых решений в профессиональной деятельности	УК-1.2. Не умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, допускает грубые ошибки при принятии решений в простейших ситуациях профессиональной деятельности
	УК-1.3. Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками, методами принятия решений	УК-1.3. Не достаточно владеет навыками практической работы с информационными источниками, методами принятия решений	УК-1.3. Не достаточно владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками, методами принятия решений	УК-1.3. Не владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками, методами принятия решений

ОПК-2: Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1. Знает в полном объеме способы совершенствования и реализовывает новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1. Знает способы совершенствования и реализовывает новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1. Знает в целом способы совершенствования и в целом реализовывает новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1. Не знает способы совершенствования и не реализовывает новые математические методы решения прикладных задач
	ОПК-2.2. В полном объеме умеет совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.2. Умеет совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.2. В целом умеет совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.2. Не умеет совершенствовать и не реализовывать новые математические методы решения прикладных задач
	ОПК-2.3. Владеет всеми практическими навыками и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.3. Владеет основными практическими навыками и умениями совершенствования и реализовывает новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.3. В целом владеет практическими навыками и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.3. Не владеет практическими навыками и не реализовывать новые математические методы решения прикладных задач

## 7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания

Порядок функционирования внутренней системы оценки качества подготовки обучающихся и перевод балльно-рейтинговых показателей обучающихся в отметки традиционной системы оценивания проводится в соответствии с положением КЧГУ «Положение о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся», размещенным на сайте Университета по адресу: <https://kchgu.ru/inye-lokalnye-akty/>

## 7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины

Зачетное мероприятие может проходить в форме собеседования или письменного выполнения обучающимися тестовых заданий.

### 7.3.1. Перечень вопросов для зачета/экзамена

#### *Вопросы к зачёту.*

1. Постановка задачи оптимизации. Классификация задач
2. Понятие о численных методах оптимизации
3. Методы одномерной оптимизации: постановка, унимодальные функции, классические методы анализа
4. Алгоритм пассивного поиска минимума
5. Метод деления отрезка пополам
6. Метод Фибоначчи
7. Метод золотого сечения
8. Численные методы поиска безусловного экстремума: принципы построения численных методов поиска безусловного экстремума, методы первого порядка, методы второго порядка
9. Понятие локального, глобального экстремума
10. Градиент функции. Линейное локальное представление функции

11. Гессиан. Локальное квадратичное представление функции
12. Градиентный метод. Оценка скорости сходимости
13. Наискорейший градиентный метод. Оценка скорости сходимости
14. Метод Гаусса-Зейделя. Оценка скорости сходимости
15. Метод покоординатного спуска. Оценка скорости сходимости
16. Метод Ньютона. Оценка скорости сходимости
17. Численные методы поиска условного экстремума: принципы построения численных методов поиска условного экстремума, методы последовательной безусловной минимизации, методы возможных направлений
18. Постановка задач линейного программирования, геометрическая интерпретация.
19. Задача линейного программирования в стандартной и канонической форме
20. Графический метод решения линейного программирования
21. Симплекс – метод Данцига
22. Постановка задач вариационного исчисления
23. Вариационные задачи поиска безусловного экстремума

### ***Вопросы к экзамену.***

1. Задача поиска безусловного экстремума. Постановка задачи. Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума. Формулировка теорем. Алгоритм решения задачи с помощью необходимых и достаточных условий экстремума.
2. Задача поиска безусловного экстремума. Постановка задачи. Численные методы поиска безусловного экстремума. Методы градиентного и наискорейшего градиентного спуска. Алгоритмы. Графическая иллюстрация.
3. Задача поиска безусловного экстремума. Постановка задачи. Численные методы поиска безусловного экстремума. Методы покоординатного спуска и Метод Гаусса-Зейделя. Алгоритмы. Графическая иллюстрация.
4. Задача поиска безусловного экстремума. Постановка задачи. Численные методы поиска безусловного экстремума. Метод сопряженных градиентов. Алгоритм. Графическая иллюстрация.
5. Задача поиска безусловного экстремума. Постановка задачи. Численные методы поиска безусловного экстремума. Методы Ньютона,
6. Задача поиска условного экстремума при ограничениях типа равенства. Постановка задачи. Необходимые и достаточные условия условного экстремума при ограничениях типа равенства. Формулировка теорем. Алгоритм решения задач с помощью необходимых и достаточных условий экстремума при ограничениях типа равенства.
7. Задача поиска условного экстремума при ограничениях типа равенства. Постановка задачи. Метод исключений. Алгоритм.
8. Задача поиска условного экстремума при ограничениях типа равенства. Постановка задачи. Метод множителей Лагранжа. Алгоритм.
9. Задача поиска условного экстремума при ограничениях типа равенства. Постановка задачи. Метод штрафной функции.
10. Задача линейного программирования. Постановка задачи. Алгоритм графического решения.
11. Задача линейного программирования. Постановка задачи. Алгоритм подготовки задачи к решению симплекс-методом Данцига.
12. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод простой итерации. Алгоритм.
13. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Зейделя. Алгоритм.
14. Численные методы решения нелинейных уравнений. Метод простой итерации. Алгоритм. Графическая иллюстрация.

15. Численные методы решения нелинейных уравнений. Метод Ньютона. Алгоритм. Графическая иллюстрация.
16. Численные методы решения нелинейных уравнений. Метод половинного деления. Алгоритм. Графическая иллюстрация.
17. Задача интерполяции. Постановка задачи. Применение многочлена Лагранжа.
18. Задача интерполяции. Постановка задачи. Применение многочленов Ньютона.
19. Задача аппроксимации. Постановка задачи. Точечный метод наименьших квадратов.
20. Методы численного интегрирования. Формулы метода прямоугольников, модифицированный метод прямоугольников, метод трапеций.

### **7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций**

#### **7.3.3. Оценочные материалы. Варианты контрольных работ Типовые индивидуальные задания.**

#### **Задание №1 Тема: Постановка задачи линейного программирования, Приемы формализации условий задачи**

##### **В-1**

Текстильный комбинат производит 2 вида ткани: вид А состоит из 80% шерсти и 20% синтетического волокна, вид В состоит из 20% шерсти и 80% синтетики.

Ткань производится партиями (большими рулонами, бабинами). Время изготовления каждого рулона – 2 часа времени технологического процесса. Технологический процесс может длиться сутки (24 часа). Ткацкий станок может переключаться с производства одного вида ткани на другой.

Для производства ткани вида А ткацкий станок использует 4 ед. шерстяной пряжи и 1 ед. синтетических волокон. Для производства ткани вида В – 1 ед. синтетического волокна и 4 ед. шерстяного волокна. В сутки станок расходует 36 ед. синтетического волокна и 24 ед. шерстяного волокна.

Стоимость 1 рулона ткани вида А – \$ 2000, ткани вида В -\$ 1000.

***Сколько рулонов каждого вида ткани нужно выпускать в день, чтобы выручка была максимальной?***

##### **В-2**

Необходимо распределить площадь пашни между двумя культурами по следующим данным:

культура	Урожайность (ц/га)	Затраты тракторо-смен на 1 га	Цена (руб. за ц)	Затраты (человеко- дней на 1 га)
А	10	0,1	6	2
В	15	0,24	8	10

Кроме того, заданы ресурсы производства:

- земли – не более 1800 га
- затраты тракторосмен – не более 300
- затраты труда человеко-дней - не более 8000
- потребности в культуре А – 10 000 ц; В – 7 500 ц

**Критерий оптимальности - максимальная прибыль от реализации.**

### В-3

Завод производит продукцию двух видов А и В, используя сырье, запас которого составляет 570 т. Согласно плану выпуск продукции А должен составлять не менее 60% от общего объема выпуска. Расход сырья на изготовление 1 т продукции А и В составляет соответственно 10 и 70 т. стоимость 1 т продукции А и В соответственно 3 и 8 тыс. руб.

*Определить план выпуска продукции А и В, при котором стоимость выпуска продукции будет максимальной.*

вариант	Вид ресурса	Объем ресурса	Норма расхода на 1 т изделия		Стоимость 1 т изделия	
<b>Вид изделий</b>			А	В	А	В
1	алюминий	570	10	70	3	8

### В-4

Завод производит продукцию двух видов А и В, используя сырье, запас которого составляет 570 т. Согласно плану выпуск продукции А должен составлять не менее 60% от общего объема выпуска. Расход сырья на изготовление 1 т продукции А и В составляет соответственно 10 и 70 т. стоимость 1 т продукции А и В соответственно 3 и 8 тыс. руб.

*Определить план выпуска продукции А и В, при котором стоимость выпуска продукции будет максимальной.*

вариант	Вид ресурса	Объем ресурса	Норма расхода на 1 т изделия		Стоимость 1 т изделия	
<b>Вид изделий</b>			А	В	А	В
1	медь	390	2	1	2	3

### В-5

Хозяйству требуется приобрести два вида азотных удобрений: А – аммиачную селитру, В – сульфат аммония. Удобрения вида А необходимо иметь не более 15 т, а удобрения вида В не более 10 т.

Содержание действующего вещества для А и для В соответственно 35% и 25 %.  
Отпускная оптовая цена удобрения А – 53 руб, В – 35 руб за тонну.

Хозяйство может выделить на приобретение удобрений 600 руб.

*Сколько тонн каждого вида удобрений следует приобрести, чтобы общая масса действующего вещества была максимальной ?*

#### В-6

В хозяйстве установили, что откорм животных выгоден только тогда, когда животные будут получать в дневном рационе не менее 10 ед. питательного вещества А, не менее 16 ед. вещества В и не менее 5 ед. вещества С. Для откорма животных используют два вида корма. Содержание питательных веществ в 1 кг каждого вида корма, а также цена 1 кг корма (руб.) величины известные и приведены в таблице:

Питательные вещества	Корма		Дневная норма
	I	II	
A	1	2	10
B	3	2	16
C	0	3	5
ЦЕНА кормов	5	4	

*Установить, какое количество корма каждого вида необходимо расходовать ежедневно, чтобы затраты на его приобретение были минимальными.*

#### В-7

Для производства столов и шкафов мебельная фабрика использует необходимые ресурсы. Нормы затрат ресурсов на одно изделие данного вида, прибыль от реализации одного изделия и общее количество имеющихся ресурсов каждого вида приведены в следующей таблице:

Ресурсы	Нормы затрат ресурсов на одно изделие		Общее количество ресурсов
	стол	шкаф	
Древесина ( м <sup>3</sup> )			
I вида	0,2	0,1	40
II вида	0,1	0,3	60
трудоемкость (чел-час)	1,2	1,5	371,4
Прибыль от реализации одного изделия (руб.)	6	8	

*Определить, сколько столов и шкафов фабрике следует изготовить, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.*



**В-8**

Для производства двух видов изделий А и В используется токарное, фрезерное и шлифовальное оборудование. Нормы затрат времени для каждого из типов оборудования на одно изделие данного вида приведены ниже в таблице. В ней же указан общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия.

Тип оборудования	Затраты времени (станко-часов) на обработку одного изделия		Общий фонд полезного рабочего времени оборудования (ч)
	А	В	
фрезерное	10	8	168
токарное	5	10	180
шлифовальное	6	12	144
Прибыль от реализации одного изделия (руб.)	14	18	

**Найти план выпуска изделий А и В, обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации.**

**В-9**

На мебельной фабрике из стандартных листов фанеры необходимо вырезать заготовки трех видов в количествах, соответственно равных 24, 31, 18 шт. Каждый лист фанеры может быть разрезан на заготовки двумя способами. Количество получаемых заготовок при данном способе раскроя приведено в таблице. В ней же указана величина отходов, которые получаются при данном способе раскроя одного листа фанеры.

Вид заготовки	Количество заготовок (шт.) при раскрое по способу	
	1	2
I	2	6
II	5	4
III	2	3
Величина отходов(см <sup>3</sup> )	12	16

**Определить, сколько листов фанеры и по какому способу следует раскроить так, чтобы было получено не меньше нужного количества заготовок при минимальных отходах.**

**В-10**

На звероферме могут выращивать черно-бурых лисиц и песцов. Для обеспечения нормальных условий их выращивания используют три вида кормов. Количество корма каждого вида, которое должны получать лисицы и песцы, приведено в таблице. В ней же указаны общее количество корма каждого вида, которое может быть использовано зверофермой, и прибыль от реализации одной шкурки лисицы и песца.

Вид корма	Количество единиц корма, которое ежедневно должны получать		Общее количество корма
	лисица	песец	
I	2	3	180
II	4	1	240
III	6	7	426
Прибыль от реализации одной шкурки ( руб.)	16	12	

Определить, сколько лисиц и песцов следует выращивать на звероферме, чтобы прибыль от реализации их шкурок была максимальной.

**Задание №2 Тема: Решение задачи линейного программирования графическим методом**

<b>1</b> $f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \text{extr}$ $-x_1 + x_2 \leq 3,$ $5x_1 + 3x_2 \leq 97,$ $x_1 + 7x_2 \geq 77,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<b>2</b> $f = x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{extr}$ $3x_1 - x_2 \geq 9,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 50,$ $-x_1 + 4x_2 \geq 19,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<b>3.</b> $f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}$ $x_1 + 4x_2 \leq 53,$ $x_1 - x_2 \leq 3,$ $7x_1 + 3x_2 \geq 71,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<b>4.</b> $f = 5x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}$ $6x_1 - 5x_2 \geq 17,$ $x_1 + 2x_2 \leq 34,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 17,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<b>5.</b> $f = 5x_1 + 7x_2 \rightarrow \text{extr}$ $-3x_1 + 14x_2 \leq 78,$ $5x_1 - 6x_2 \leq 26,$ $x_1 + 4x_2 \geq 26,$	<b>6.</b> $f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}$ $11x_1 - 3x_2 \geq 24,$ $9x_1 + 4x_2 \leq 110,$ $-2x_1 + 7x_2 \geq 15,$

$x_1^3 \geq 0, x_2^3 \geq 0$	$x_1^3 \geq 0, x_2^3 \geq 0$
<b>7.</b> $f = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}$ $-4x_1 + 5x_2 \leq 29,$ $3x_1 - x_2 \leq 14,$ $5x_1 + 2x_2 \geq 38,$ $x_1^3 \geq 0, x_2^3 \geq 0$	<b>8.</b> $f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}$ $2x_1 - x_2 \geq 4,$ $x_1 + 3x_2 \leq 37,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 20,$ $x_1^3 \geq 0, x_2^3 \geq 0$
<b>9.</b> $f = 5x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$ $10x_1 - x_2 \geq 57,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 53,$ $6x_1 - 7x_2 \leq 15,$ $x_1^3 \geq 0, x_2^3 \geq 0$	<b>10.</b> $f = x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$ $4x_1 - x_2 \geq 6,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 157,$ $-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$ $x_1^3 \geq 0, x_2^3 \geq 0$
<b>11.</b> $f = 7x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}$ $-x_1 + x_2 \leq 3,$ $5x_1 + 3x_2 \leq 97,$ $x_1 + 7x_2 \geq 77,$ $x_1^3 \geq 0, x_2^3 \geq 0$	<b>12.</b> $f = 6x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$ $3x_1 - x_2 \geq 9,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 50,$ $-x_1 + 4x_2 \geq 19,$ $x_1^3 \geq 0, x_2^3 \geq 0$
<b>13.</b> $f = x_1 + 7x_2 \rightarrow \text{extr}$ $x_1 + 4x_2 \leq 53,$ $x_1 - x_2 \leq 3,$ $7x_1 + 3x_2 \geq 71,$ $x_1^3 \geq 0, x_2^3 \geq 0$	<b>14.</b> $f = x_1 + 9x_2 \rightarrow \text{extr}$ $6x_1 - 5x_2 \geq 17,$ $x_1 + 2x_2 \leq 34,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 17,$ $x_1^3 \geq 0, x_2^3 \geq 0$
<b>15.</b> $f = x_1 + 8x_2 \rightarrow \text{extr}$ $-3x_1 + 14x_2 \leq 78,$ $5x_1 - 6x_2 \leq 26,$ $x_1 + 4x_2 \geq 26,$ $x_1^3 \geq 0, x_2^3 \geq 0$	<b>16.</b> $f = 7x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$ $11x_1 - 3x_2 \geq 24,$ $9x_1 + 4x_2 \leq 110,$ $-2x_1 + 7x_2 \geq 15,$ $x_1^3 \geq 0, x_2^3 \geq 0$
<b>17.</b> $f = 3x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$	<b>18.</b> $f = x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}$

$-4x_1 + 5x_2 \leq 29,$ $3x_1 - x_2 \leq 14,$ $5x_1 + 2x_2 \geq 38,$ $x_1^3 \geq 0, x_2^3 \geq 0$	$2x_1 - x_2 \geq 4,$ $x_1 + 3x_2 \leq 37,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 20,$ $x_1^3 \geq 0, x_2^3 \geq 0$
<b>19.</b> $f = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}$ $10x_1 - x_2 \geq 57,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 53,$ $6x_1 - 7x_2 \leq 15,$ $x_1^3 \geq 0, x_2^3 \geq 0$	<b>20.</b> $f = 8x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{extr}$ $4x_1 - x_2 \geq 6,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 157,$ $-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$ $x_1^3 \geq 0, x_2^3 \geq 0$

### Задание №3

**Тема: Решение задачи линейного программирования симплекс – методом Данцига**

Варианты	
<b>1.</b> $-x_1 + x_2 \leq 3,$ $5x_1 + 3x_2 \leq 97,$ $x_1 + 7x_2 \geq 77,$ $f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \text{extr}.$	<b>2.</b> $3x_1 - x_2 \geq 9,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 50,$ $-x_1 + 4x_2 \geq 19,$ $f = x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{extr}.$
<b>3.</b> $x_1 + 4x_2 \leq 53,$ $x_1 - x_2 \leq 3,$ $7x_1 + 3x_2 \geq 71,$ $f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}.$	<b>4.</b> $6x_1 - 5x_2 \geq 17,$ $x_1 + 2x_2 \leq 34,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 17,$ $f = 5x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}.$
<b>5.</b> $-3x_1 + 14x_2 \leq 78,$ $5x_1 - 6x_2 \leq 26,$ $x_1 + 4x_2 \geq 26,$ $f = 5x_1 + 7x_2 \rightarrow \text{extr}.$	<b>6.</b> $11x_1 - 3x_2 \geq 24,$ $9x_1 + 4x_2 \leq 110,$ $-2x_1 + 7x_2 \geq 15,$ $f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}.$
<b>7.</b> $-4x_1 + 5x_2 \leq 29,$ $3x_1 - x_2 \leq 14,$ $5x_1 + 2x_2 \geq 38,$ $f = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}.$ <b>9.</b> $10x_1 - x_2 \geq 57,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 53,$ $6x_1 - 7x_2 \leq 15,$ $f = 5x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$	<b>8.</b> $2x_1 - x_2 \geq 4,$ $x_1 + 3x_2 \leq 37,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 20,$ $f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}.$ <b>10.</b> $4x_1 - x_2 \geq 6,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 157,$ $-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$ $f = x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$
<b>11.</b> $-x_1 + x_2 \leq 3,$ $5x_1 + 3x_2 \leq 97,$ $x_1 + 7x_2 \geq 77,$	<b>12.</b> $3x_1 - x_2 \geq 9,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 50,$ $-x_1 + 4x_2 \geq 19,$

$f = 7x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr.}$	$f = 6x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr.}$
<b>13.</b> $x_1 + 4x_2 \leq 53,$ $x_1 - x_2 \leq 3,$ $7x_1 + 3x_2 \geq 71,$ $f = x_1 + 7x_2 \rightarrow \text{extr.}$	<b>14.</b> $6x_1 - 5x_2 \geq 17,$ $x_1 + 2x_2 \leq 34,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 17,$ $f = x_1 + 9x_2 \rightarrow \text{extr.}$
<b>15.</b> $-3x_1 + 14x_2 \leq 78,$ $5x_1 - 6x_2 \leq 26,$ $x_1 + 4x_2 \geq 26,$ $f = x_1 + 8x_2 \rightarrow \text{extr.}$	<b>16.</b> $11x_1 - 3x_2 \geq 24,$ $9x_1 + 4x_2 \leq 110,$ $-2x_1 + 7x_2 \geq 15,$ $f = 7x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr.}$
<b>17.</b> $-4x_1 + 5x_2 \leq 29,$ $3x_1 - x_2 \leq 14,$ $5x_1 + 2x_2 \geq 38,$ $f = 3x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr.}$	<b>18.</b> $2x_1 - x_2 \geq 4,$ $x_1 + 3x_2 \leq 37,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 20,$ $f = x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr.}$
<b>19.</b> $10x_1 - x_2 \geq 57,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 53,$ $6x_1 - 7x_2 \leq 15,$ $f = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr.}$	<b>20.</b> $4x_1 - x_2 \geq 6,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 157,$ $-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$ $f = 8x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{extr.}$

#### Задание №4 Тема: Решение транспортных задач

##### Задача.

На базы  $A_1, A_2, A_3$  поступил товар в количестве  $a_1, a_2$  и  $a_3$  единиц (в единицах измерения товара). Этот товар необходимо доставить на пункты потребления  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  в количестве  $b_1, b_2, b_3, b_4$ , и  $b_5$  единиц, причем товар может быть доставлен с любой базы на любой пункт потребления.

Построить план оптимальных перевозок с любыми двумя методами.

Варианты выбирать по списку в журнале

##### В-1

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		90	100	70	130	110
1	200	1	7	9	5	3
2	150	4	2	6	8	2

3	150	3	7	1	2	4
---	-----	---	---	---	---	---

## В-2

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		180	140	190	120	170
1	300	1	7	9	5	3
2	280	4	2	6	8	2
3	220	3	7	1	2	4

## В.3

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		180	120	90	105	105
1	250	1	7	9	5	3
2	200	4	2	6	8	2
3	150	3	7	1	2	4

## В.4

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		200	170	230	225	175
1	400	1	7	9	5	3
2	250	4	2	6	8	2
3	350	3	7	1	2	4

## В.5

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		160	70	90	80	100
1	150	1	7	9	5	3

2	200	4	2	6	8	2
3	150	3	7	1	2	4

В.6

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		170	120	190	140	180
1	280	1	7	9	5	3
2	300	4	2	6	8	2
3	220	3	7	1	2	4

В.7

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		180	120	90	105	105
1	150	1	7	9	5	3
2	250	4	2	6	8	2
3	200	3	7	1	2	4

В.8

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		300	160	220	180	140
1	250	1	7	9	5	3
2	400	4	2	6	8	2
3	350	3	7	1	2	4

В.9

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		100	70	130	110	90
1	150	1	7	9	5	3
2	150	4	2	6	8	2
3	200	3	7	1	2	4

В.10

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		190	140	180	120	170
1	280	1	7	9	5	3
2	220	4	2	6	8	2
3	300	3	7	1	2	4

В.11

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		120	180	105	90	105
1	200	1	7	9	5	3
2	250	4	2	6	8	2
3	150	3	7	1	2	4

В.12

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		220	110	300	170	200
1	350	1	7	9	5	3
2	400	4	2	6	8	2
3	250	3	7	1	2	4



--	--	--	--	--	--	--

В.13

Номер ба- зы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		120	110	85	195	190
1	250	1	7	9	5	3
2	250	4	2	6	8	2
3	200	3	7	1	2	4

В.14

Номер ба- зы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		160	120	100	150	170
1	250	1	7	9	5	3
2	180	4	2	6	8	2
3	270	3	7	1	2	4

В.15

Номер ба- зы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		160	160	180	220	280
1	350	1	7	9	5	3
2	300	4	2	6	8	2
3	350	3	7	1	2	4

В,16

Номер ба- зы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		150	170	190	210	180
1	250	1	7	9	5	3

2	350	4	2	6	8	2
3	300	3	7	1	2	4

В.17

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		160	180	170	200	190
1	220	1	7	9	5	3
2	400	4	2	6	8	2
3	280	3	7	1	2	4

В.18

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		170	190	140	180	120
1	160	1	7	9	5	3
2	400	4	2	6	8	2
3	240	3	7	1	2	4

В.19

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		190	150	240	200	220
1	300	1	7	9	5	3
2	330	4	2	6	8	2
3	370	3	7	1	2	4

В.20

Номер ба-	Мощность	Потребители и их спрос, $b_j$
-----------	----------	-------------------------------

ЗЫ	поставщика, $a_i$	1	2	3	4	5
		170	160	190	200	180
1	280	1	7	9	5	3
2	340	4	2	6	8	2
3	280	3	7	1	2	4

### Задание №5 Тема: Двойственные задачи

Составить двойственную задачу к данной:

<b>1</b> $f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$ $-x_1 + x_2 \leq 3,$ $5x_1 + 3x_2 \leq 97,$ $x_1 + 7x_2 \geq 77,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<b>2</b> $f = x_1 + 5x_2 \rightarrow \min$ $3x_1 - x_2 \geq 9,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 50,$ $-x_1 + 4x_2 \geq 19,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<b>3.</b> $f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$ $x_1 + 4x_2 \leq 53,$ $x_1 - x_2 \leq 3,$ $7x_1 + 3x_2 \geq 71,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<b>4.</b> $f = 5x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ $6x_1 - 5x_2 \geq 17,$ $x_1 + 2x_2 \leq 34,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 17,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<b>5.</b> $f = 5x_1 + 7x_2 \rightarrow \max$ $-3x_1 + 14x_2 \leq 78,$ $5x_1 - 6x_2 \leq 26,$ $x_1 + 4x_2 \geq 26,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<b>6.</b> $f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$ $11x_1 - 3x_2 \geq 24,$ $9x_1 + 4x_2 \leq 110,$ $-2x_1 + 7x_2 \geq 15,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<b>7.</b> $f = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$ $-4x_1 + 5x_2 \leq 29,$ $3x_1 - x_2 \leq 14,$ $5x_1 + 2x_2 \geq 38,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<b>8.</b> $f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ $2x_1 - x_2 \geq 4,$ $x_1 + 3x_2 \leq 37,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 20,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

<b>9.</b> $f = 5x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $10x_1 - x_2 \geq 57,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 53,$ $6x_1 - 7x_2 \leq 15,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<b>10.</b> $f = x_1 + x_2 \rightarrow \min$ $4x_1 - x_2 \geq 6,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 157,$ $-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<b>11.</b> $f = 7x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$ $-x_1 + x_2 \leq 3,$ $5x_1 + 3x_2 \leq 97,$ $x_1 + 7x_2 \geq 77,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<b>12.</b> $f = 6x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $3x_1 - x_2 \geq 9,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 50,$ $-x_1 + 4x_2 \geq 19,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<b>13.</b> $f = x_1 + 7x_2 \rightarrow \max$ $x_1 + 4x_2 \leq 53,$ $x_1 - x_2 \leq 3,$ $7x_1 + 3x_2 \geq 71,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<b>14.</b> $f = x_1 + 9x_2 \rightarrow \min$ $6x_1 - 5x_2 \geq 17,$ $x_1 + 2x_2 \leq 34,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 17,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<b>15.</b> $f = x_1 + 8x_2 \rightarrow \min$ $-3x_1 + 14x_2 \leq 78,$ $5x_1 - 6x_2 \leq 26,$ $x_1 + 4x_2 \geq 26,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<b>16.</b> $f = 7x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $11x_1 - 3x_2 \geq 24,$ $9x_1 + 4x_2 \leq 110,$ $-2x_1 + 7x_2 \geq 15,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<b>17.</b> $f = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $-4x_1 + 5x_2 \leq 29,$ $3x_1 - x_2 \leq 14,$ $5x_1 + 2x_2 \geq 38,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<b>18.</b> $f = x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$ $2x_1 - x_2 \geq 4,$ $x_1 + 3x_2 \leq 37,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 20,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
<b>19.</b> $f = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$ $10x_1 - x_2 \geq 57,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 53,$ $6x_1 - 7x_2 \leq 15,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<b>20.</b> $f = 8x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$ $4x_1 - x_2 \geq 6,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 157,$ $-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

### **8.1. Основная литература**

1. Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи: учебное пособие / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. - 3-е изд., испр. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 256 с. - ISBN 978-5-9221-0992-5. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544748> - Режим доступа: по подписке. .
2. Аттетков, А. В. Методы оптимизации : учебное пособие / А. В. Аттетков, В. С. За-рубин, А. Н. Канатников. — Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2023. — 270 с. — (Высшее обра-зование: Бакалавриат). — DOI: <https://doi.org/10.12737/11456>. - ISBN 978-5-369-01037-2.. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1930702> . - Режим доступа: по подписке.
3. Сдвижков, О. А. Практикум по методам оптимизации: учебное пособие / О. А. Сдвижков. - Москва: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2020. - 231 с. - ISBN 978-5-9558-0372-2. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1036460> - Режим доступа: по подписке.
4. Бабенышев, С. В. Методы оптимизации : учебное пособие / С. В. Бабенышев, Е. Н. Матеров. - Железногорск : Сибирская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2019. - 134 с. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1082159> - Режим доступа: по под-писке.
5. Пантелеев, А. В. Численные методы. Практикум: учебное пособие / А.В. Панте-леев, И.А. Кудрявцева. - Москва: ИНФРА-М, 2020. - 512 с. -(Высшее образование: Бака-лавриат). - ISBN 978-5-16-012333-2. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1028969> - Режим доступа: для авториз. пользователей.
6. Шевченко, А. С. Лабораторный практикум по численным методам: практикум / А.С. Шевченко. - Москва :ИНФРА-М, 2018. - 199 с. (Высшее образование).- ISBN 978-5-16-106606-5.- URL: <https://znanium.com/catalog/product/966104> - Режим доступа: по под-писке.

### **8.2. Дополнительная литература:**

1. Исаков В.Н. Элементы численных методов.- М.: Издательский центр «Акаде-мия», 2003.
2. Самарский А.А. Численные методы / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – М.: Наука. – 1989.
3. Калиткин Н.Н. Численные методы / Калиткин Н.Н. – М.: Наука – 1978.–512 с.
4. Ильин В.П. Методы и технологии конечных элементов / В.П. Ильин. – Новоси-бирск: Изд-во ИВМ и МГ СО РАН. – 2007.–307 с.
5. Бахвалов Н.С. Численные методы / Н.С., Бахвалов, Н.П.Жидков, Г.М.Кобельков. – М.: Наука. – 1987. – 636 с.
6. Вержбицкий В. М. Численные методы (математический анализ и обыкновенные уравнения).- М.: Высшая школа, 2001.
7. М.П. Лапчик, М.И. Рагулина, Е.Н. Хеннер. Численные методы. - М.: Издатель-ский центр «Академия», 2007.-384 с.

## **9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)**

### **9.1. Общесистемные требования**

#### **Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»**

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуаль-ным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) Университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», как на территории Университета, так и вне ее.

Функционирование ЭИОС обеспечивается соответствующими средствами информа-ционно-коммуникационных технологий и квалификацией работников, ее использующих и

поддерживающих. Функционирование ЭИОС соответствует законодательству Российской Федерации.

Адрес официального сайта университета: <http://kchgu.ru>.

Адрес размещения ЭИОС ФГБОУ ВО «КЧГУ»: <https://do.kchgu.ru>.

#### **Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)**

<b>Учебный год</b>	<b>Наименование документа с указанием реквизитов</b>	<b>Срок действия документа</b>
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 249 эбс от 14.05.2025 г. Электронный адрес: <a href="https://znanium.com">https://znanium.com</a>	от 14.05.2025г. до 14.05.2026г.
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № 10 от 11.02.2025 г. Электронный адрес: <a href="https://e.lanbook.com">https://e.lanbook.com</a>	от 11.02.2025г. до 11.02.2026г.
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система КЧГУ. Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1. Электронный адрес: <a href="http://lib.kchgu.ru">http://lib.kchgu.ru</a>	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Национальная электронная библиотека (НЭБ). Договор №101/НЭБ/1391-п от 22.02.2023 г. Электронный адрес: <a href="http://rusneb.ru">http://rusneb.ru</a>	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU». Лицензионное соглашение №15646 от 21.10.2016 г. Электронный адрес: <a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Электронный ресурс Polpred.com Обзор СМИ. Соглашение. Бесплатно. Электронный адрес: <a href="http://polpred.com">http://polpred.com</a>	Бессрочный

## **9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины**

Занятия проводятся в учебных аудиториях, предназначенных для проведения занятий лекционного и практического типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с расписанием занятий по образовательной программе. С описанием оснащённости аудиторий можно ознакомиться на сайте университета, в разделе материально-технического обеспечения и оснащённости образовательного процесса по адресу: <https://kchgu.ru/sveden/objects/>

## **9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения**

- Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная
- Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная
- ABBY Fine Reader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
- CalculateLinux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
- Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная
- Kaspersky Endpoint Security (Лицензия № 280E-210210-093403-420-2061), с 25.01.2023 г. по 03.03.2025 г.
- Kaspersky Endpoint Security. Договор №0379400000325000001/1 от 28.02.2025г. Срок действия лицензии с 27.02.2025г. по 07.03.2027г.

#### **9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

1. Федеральный портал «Российское образование»- <https://edu.ru/documents/>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>
3. Базы данных Scopus издательства Elsevier <http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.
4. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.
7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window.edu.ru>.

#### **10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья**

В ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева» созданы условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Специальные условия для получения образования по ОПВО обучающимися с ограниченными возможностями здоровья определены «[Положением об обучении лиц с ОВЗ в КЧГУ](#)», размещенным на сайте Университета по адресу: <http://kchgu.ru>.

### 11. Лист регистрации изменений

В рабочей программе внесены следующие изменения:

<b>Изменение</b>	<b>Дата и номер протокола ученого совета факультета/ института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений в ОПВО</b>	<b>Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения в ОПВО</b>